

文章编号: 1000-8055(2005)04-0529-05

截尾数据整体估计方法

傅惠民, 林逢春

(北京航空航天大学 固体力学研究所, 北京 100083)

摘要: 提出一种截尾数据整体估计方法。该方法能够将仿真(或数字化设计)结果与截尾试验数据或不完全数据有机结合, 实现多个状态下(多个母体)截尾试验数据或不完全数据的整体推断, 从而建立各状态下正态分布、极值分布和Weibull分布等位置-尺度分布族的参数估计量, 给出母体百分位值的置信限和置信区间估计。与传统方法相比, 该方法具有信息量大、精度高的特点, 能够进行极小子样可靠性评定。文中还给出一种利用截尾试验数据或不完全数据对仿真结果进行检验的方法。

关键词: 航空、航天推进系统; 小子样; 整体估计; 截尾数据; 不完全数据; 可靠性; 仿真; 数字化设计

中图分类号: TB301; O211

文献标识码: A

Integral Estimate Method for Censored Data

FU Huimin, LIN Fengchun

(Institute of Solid Mechanics,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: An integral estimate method for censored data or incomplete data of valuable products is presented. Combining the results of simulation or digital design and censored data or incomplete data, it can totally infer the censored data or the incomplete data in multi-state (for multi-population). And then, in each state, it can derive the estimators of the location and the scale parameter, and the confidence limits and intervals of population percentiles. Compared with traditional method, this presented method not only has higher precision but also solves the problem of reliability assessment with very small sample. Another method is also presented, which can test the results of simulation or digital design with censored data or incomplete data.

Key words: aerospace propulsion system; small sample; integral estimate; censored data; incomplete data; reliability; simulation; digital design

鉴于仿真和数字化设计在工程中的应用越来越广泛, 文献[1]针对正态分布完全数据和指数分布截尾数据, 提出一种能够将仿真(或数字化设计)结果与试验数据有机地相结合, 把多个不同状态下(多个母体)的试验数据作为一个整体进行统计分析的方法, 解决了一种状态下只有一个试验

数据时产品可靠性评定的难题。本文进一步将上述方法推广到工程中常用的位置-尺度分布族, 包括正态分布、对数正态分布、极值分布和Weibull分布等的截尾数据和不完全数据的情况, 实现截尾数据和不完全数据的极小子样可靠性评定。

收稿日期: 2005-05-20; **修订日期:** 2005-07-01

基金项目: 北京市重点学科工程力学项目(XK100060418)

作者简介: 傅惠民(1956—), 男, 浙江遂昌人, 北京航空航天大学航空科学与工程学院“长江学者”特聘教授, 博士, 从事小样本信息、软校准技术、数据融合方法及可靠性研究

1 多个位置- 尺度分布的整体推断

1.1 整体分布参数估计

设 X_i 为第 i ($i = 1, 2, \dots, m$) 个状态下的位置- 尺度分布族^[2]随机变量, 即

$$X_i \sim \frac{1}{\sigma_i} f\left(\frac{x - \mu_i}{\sigma_i}\right) \quad -\infty < x < +\infty$$

$$-\infty < \mu_i < +\infty, \quad \sigma_i > 0 \quad (1)$$

其分布函数为 $F\left(\frac{x - \mu_i}{\sigma_i}\right)$ 。式中 μ_i 和 σ_i 分别为位置参数和尺度参数。令 $X_i^0 = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}$, 则 X_i^0 为标准位置- 尺度分布族随机变量, 具有不含任何未知参数的概率密度函数 $f(x^0)$ 和分布函数 $F(x^0)$ 。正态分布、两参数 Weibull 分布和极值分布等均属于位置- 尺度分布族。令

$$\mu_i = k_i \mu \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sigma_i = l_i \sigma \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

式中 μ 和 σ 被称为整体分布参数, 它们均未知。 k_i 和 l_i ($i = 1, 2, \dots, m$) 分别为位置系数和尺度系数, 它们可由仿真、数字化设计等方法求得。为了便于工程应用, 可将试验次数较多的某一状态所对应的 k_i 和 l_i 取为 1。

设在第 i 个状态下进行 n_i 个试样的独立试验, $X_{i1} \leq X_{i2} \leq \dots \leq X_{iq_i}$ 为观测到的前 q_i 个顺序统计量, $i = 1, 2, \dots, m$ 。则整体分布参数 μ 和 σ 的最佳无偏估计量由下面两式给出:

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} a_{ij} X_{ij} \quad (4)$$

$$\hat{\sigma} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} b_{ij} X_{ij} \quad (5)$$

式中

$$a_{ij} = \frac{\frac{c_2 k_i}{l_i^2} \sum_{j_1=1}^{q_i} v^{ij j_1} - \frac{d}{l_i} \sum_{j_1=1}^{q_i} u_{ij j_1} v^{ij j_1}}{c_1 c_2 - d^2} \quad (6)$$

$$b_{ij} = \frac{\frac{c_1}{l_i} \sum_{j_1=1}^{q_i} u_{ij j_1} v^{ij j_1} - \frac{d k_i}{l_i^2} \sum_{j_1=1}^{q_i} v^{ij j_1}}{c_1 c_2 - d^2} \quad (7)$$

其中

$$c_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j_1=1}^{q_i} \frac{k_i^2}{l_i^2} v^{ij j_1} \quad (8)$$

$$c_2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j_1=1}^{q_i} u_{ij j_1} u_{ij j_2} v^{ij j_1 j_2} \quad (9)$$

$$d = \sum_{i=1}^m \sum_{j_1=1}^{q_i} \frac{k_i}{l_i} u_{ij j_1} v^{ij j_1 j_2} \quad (10)$$

$$(v^{ij j_1 j_2})_{q_i \times q_i} = (v_{ij j_1 j_2})_{q_i \times q_i}^{-1} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

式中 $u_{ij} = E(X_{ij}^0)$, $j = 1, 2, \dots, q_i$; $v_{ij j_1 j_2} = \text{Cov}(X_{ij}^0, X_{ij_1}^0)$, $j_1, j_2 = 1, 2, \dots, q_i$; $i = 1, 2, \dots, m$; 分别为标准位置- 尺度分布族随机变量 $X_{ij}^0 = [X_{ij} - \mu_i]/\sigma_i$ 的均值和协方差。它们仅与 n_i, q_i 和 $F(x^0)$ 有关, 而与 μ_i 和 σ_i 无关, 并且可以查表^[3]或通过专门程序计算得到。

证明: 由于

$$X_{ij} = \mu_i + \sigma_i X_{ij}^0$$

$$i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, q_i \quad (12)$$

所以

$$X_{ij} = k_i \mu + l_i \sigma u_{ij} + \epsilon_j$$

$$i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, q_i \quad (13)$$

式中

$$\epsilon_j = \sigma_i (X_{ij}^0 - u_{ij}) = X_{ij} - k_i \mu - l_i \sigma u_{ij}$$

$$i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, q_i \quad (14)$$

且有

$$E(\epsilon_j) = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, q_i \quad (15)$$

$$\text{Cov}(X_{ij_1}, X_{ij_2}) = \begin{cases} l_i^2 \sigma^2 v_{ij j_1 j_2} & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

$$i, j = 1, 2, \dots, m; \quad j_1, j_2 = 1, 2, \dots, q_i \quad (16)$$

令

$$Q = \sum_{i=1}^m Q_i = \sum_{i=1}^m \sum_{j_1=1}^{q_i} \frac{1}{l_i^2} \epsilon_{j_1} v^{ij j_1 j_2} \epsilon_{j_2} =$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j_1=1}^{q_i} \left[\frac{1}{l_i^2} \left(X_{ij_1} - k_i \mu - l_i \sigma u_{ij_1} \right) v^{ij j_1 j_2} \times \right.$$

$$\left. \left(X_{ij_2} - k_i \mu - l_i \sigma u_{ij_2} \right) \right] \quad (17)$$

求解线性方程组 $\frac{\partial Q}{\partial \mu} = 0, \frac{\partial Q}{\partial \sigma} = 0$, 即得式(4)和(5)。

进一步还可以证明, 式(4)和(5)给出的 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}$ 是 μ 和 σ 的最佳线性无偏估计, 其方差和协方差分别为:

$$D(\hat{\mu}) = \sigma^2 \sum_{i=1}^m \sum_{j_1=1}^{q_i} l_i^2 a_{ij_1} a_{ij_2} v_{ij j_1 j_2} \quad (18)$$

$$D(\hat{\sigma}) = \sigma^2 \sum_{i=1}^m \sum_{j_1, j_2=1}^{q_i} l_i^2 b_{i j_1} b_{i j_2} v_{i j_1 j_2} \quad (19)$$

$$\text{Cov}(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \sigma^2 \sum_{i=1}^m \sum_{j_1, j_2=1}^{q_i} l_i^2 a_{i j_1} b_{i j_2} v_{i j_1 j_2} \quad (20)$$

并且 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}$ 渐近服从二维正态分布。大量 Monte Carlo 模拟表明, 当数据总量 $q = \sum_{i=1}^m q_i$ 稍大时, $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}$ 即可近似为二维正态分布。

1.2 各状态下位置参数和尺度参数的区间估计

第 i 个状态下母体 X_i 的位置参数 μ_i 和尺度参数 σ_i 的无偏估计量分别为:

$$\mu_i = k_i \mu \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (21)$$

$$\hat{\sigma}_i = l_i \hat{\sigma} \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (22)$$

其方差和协方差分别为:

$$D(\mu_i) = k_i^2 D(\mu) \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (23)$$

$$D(\hat{\sigma}_i) = l_i^2 D(\hat{\sigma}) \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (24)$$

$$\text{Cov}(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_i) = k_i l_i \text{Cov}(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (25)$$

第 i 个状态下母体 X_i 的位置参数 μ_i 置信水平为 γ 的单侧置信上、下限分别为:

$$\mu_{U i} = \hat{\mu}_i + \frac{\hat{\sigma}_i}{1 - u \gamma \sqrt{S_{i 22}}} \times \left[u^2 S_{i 12} + u \gamma \sqrt{u^2 (S_{i 12}^2 - S_{i 11} S_{i 22}) + S_{i 11}} \right] \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (26)$$

$$\mu_{L i} = \hat{\mu}_i + \frac{\hat{\sigma}_i}{1 - u^2 S_{i 22}} \times \left[u^2 S_{i 12} - u \gamma \sqrt{u^2 (S_{i 12}^2 - S_{i 11} S_{i 22}) + S_{i 11}} \right] \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (27)$$

式中

$$S_{i 11} = D(\mu_i) / \sigma_i^2 \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (28)$$

$$S_{i 22} = D(\hat{\sigma}_i) / \sigma_i^2 \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (29)$$

$$S_{i 12} = \text{Cov}(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_i) / \sigma_i^2 \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (30)$$

将式(18)~(20)和式(23)~(25)代入得:

$$S_{i 11} = \frac{k_i^2}{l_i^2} \sum_{j=1}^m \sum_{j_1, j_2=1}^{q_i} l_j^2 a_{j j_1} a_{j j_2} v_{j j_1 j_2} \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (31)$$

$$S_{i 22} = \sum_{j=1}^m \sum_{j_1, j_2=1}^{q_i} l_j^2 b_{j j_1} b_{j j_2} v_{j j_1 j_2} \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (32)$$

$$S_{i 12} = \frac{k_i}{l_i} \sum_{j=1}^m \sum_{j_1, j_2=1}^{q_i} l_j^2 a_{j j_1} b_{j j_2} v_{j j_1 j_2} \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (33)$$

即

$$P\left\{\mu_{L i} \leq \mu_j\right\} = \gamma \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (34)$$

$$P\left\{\mu_i \leq \mu_{U j}\right\} = \gamma \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (35)$$

$$P\left\{\mu_{L i} \leq \mu_i \leq \mu_{U j}\right\} = 2\gamma - 1 \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (36)$$

第 i 个状态下母体 X_i 的尺度参数 σ_i 置信水平为 γ 的单侧置信上、下限分别为:

$$\alpha_{U i} = \frac{\hat{\sigma}_i}{1 - u \gamma \sqrt{S_{i 22}}} \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (37)$$

$$\alpha_{L i} = \frac{\hat{\sigma}_i}{1 + u \gamma \sqrt{S_{i 22}}} \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (38)$$

即

$$P\left\{\alpha_{L i} \leq \sigma_j\right\} = \gamma \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (39)$$

$$P\left\{\sigma_i \leq \alpha_{U j}\right\} = \gamma \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (40)$$

$$P\left\{\alpha_{L i} \leq \sigma_i \leq \alpha_{U j}\right\} = 2\gamma - 1 \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (41)$$

1.3 各状态下母体百分位值的置信限

第 i 个状态下母体 X_i 概率为 P 的百分位值 $x_{P i} = \mu_i + F^{-1}(P) \sigma_i$ 的无偏估计量由下式给出:

$$X_{P i} = \hat{\mu}_i + F^{-1}(P) \hat{\sigma}_i \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (42)$$

其置信水平为 γ 的单侧置信上、下限分别为:

$$X_{P U i} = \hat{\mu}_i + \frac{\hat{\sigma}_i}{1 - u^2 S_{i 22}} \left[F^{-1}(P) + u^2 S_{i 12} + k_{P j} \right] \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (43)$$

$$X_{P L i} = \hat{\mu}_i + \frac{\hat{\sigma}_i}{1 - u^2 S_{i 22}} \left[F^{-1}(P) + u^2 S_{i 12} - k_{P j} \right] \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (44)$$

即

$$P\left\{X_{P L i} \leq x_{P j}\right\} = \gamma \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (45)$$

$$P\left\{x_{P i} \leq X_{P U j}\right\} = \gamma \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (46)$$

$$P\left\{X_{P L i} \leq x_{P i} \leq X_{P U j}\right\} = 2\gamma - 1 \quad i = 1, 2, \cdots, m \quad (47)$$

式中

$$k_{P i} = u \left\{ u^2 (S_{i 12}^2 - S_{i 11} S_{i 22}) + S_{i 11} + \right.$$

$$\left[F^{-1}(P) \right]^2 S_{i22} + 2F^{-1}(P) S_{i12} \Big\}^{\frac{1}{2}} \quad (48)$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

式(26)、(27)、(37)、(38)、(43)和(44)给出的位置参数、尺度参数和百分位值的置信上、下限公式不仅适用于本文情况,而且对位置参数 μ_i 和尺度参数 σ_i 的估计量 $(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_i)$ 服从二维正态分布的情况均适用。因此,可将它们用于文献[4, 5]等中的尺度参数和百分位值置信上、下限计算,以减小尺度参数未知时引入的误差。

2 位置-尺度分布族仿真结果检验

文献[1, 6]分别给出了利用正态分布完全数据和指数分布截尾试验数据对仿真结果进行检验和修正的方法。下面将进一步建立能够利用位置-尺度分布族截尾试验数据对式(2)和(3)进行检验的方法。

首先,根据最佳线性无偏估计方法(BLUE)^[2]分别对每个状态下的截尾试验数据进行处理,得到各状态下位置参数 μ_i 和尺度参数 σ_i 的估计量 $\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_i$,及其方差 $D(\hat{\mu}_i), D(\hat{\sigma}_i)$ 和协方差 $\text{Cov}(\hat{\mu}_i, \hat{\sigma}_i), i = 1, 2, \dots, m$ 。然后,按下述方法对仿真或数字化设计得到的位置系数 k_i 和尺度系数 l_i ($i = 1, 2, \dots, m$)是否满足式(2)和(3)进行检验。

2.1 尺度系数 l_i 的检验方法

计算表明,当 l_i 满足式(3),且 $q_i \geq n_i/2, i = 1, 2, \dots, m$ 时,统计量 χ^2 分布的上 $\alpha \leq 0.2$ 分位点可以用 $\chi^2(m-1)$ 分布的上 α 分位点近似,其中:

$$\chi^2_{\sigma} = \frac{1}{C_{\sigma}} \left(v \ln \hat{\sigma}_T - \sum_{i=1}^m v \ln \frac{\hat{\sigma}_i}{l_i} \right) \quad (49)$$

式中

$$\hat{\sigma}_T = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^m v \hat{\sigma}_i / l_i \quad (50)$$

$$v_i = \frac{\sigma_i^2}{D(\hat{\sigma}_i)} = \frac{1}{L_{q_i, n_i}} \quad (51)$$

$$v = \sum_{i=1}^m v_i \quad (52)$$

其中, C_{σ} 为修正系数,对于正态分布和对数正态分布:

$$C_{\sigma} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2(m-1)} \left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{v_i} - \frac{1}{v} \right) \right] \quad (53)$$

对于极值分布和Weibull分布:

$$C_{\sigma} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{3(m-1)} \left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{v_i} - \frac{1}{v} \right) \right]$$

式中 L_{q_i, n_i} 为第 i 个状态下尺度参数 σ_i 的最佳线性无偏估计量 $\hat{\sigma}_i$ 的方差系数,可由可靠性试验用表查得^[3],也可通过专门程序计算得到。

因此,对于给定的显著性水平 α ,假设 $H_0: l_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$)满足式(3)的拒绝域为:

$$\chi^2_{\sigma} \geq \chi^2_{\alpha}(m-1) \quad (55)$$

如果式(55)成立,则可以断定 l_i ($i = 1, 2, \dots, m$)不满足式(3),即仿真或数字化设计不正确。

2.2 位置系数 k_i 的检验

在尺度系数 l_i 满足式(3)的前提下,计算表明,当 k_i 满足式(2),且 $q_i \geq n_i/2, i = 1, 2, \dots, m$ 时,统计量 $\chi^2_{\mu 1}$ 和 $\chi^2_{\mu m}$ 分布的上 $\alpha \leq 0.2$ 分位点可以用 $\chi^2(m-2)$ 分布的上 α 分位点近似,其中:

$$\chi^2_{\mu 1} = \frac{1}{C_{\mu}} \left[(m-1) \ln S_{T1}^2 - \sum_{i=1}^m \ln \frac{(\hat{\mu}_i - \hat{\mu}_1 k_i / k_1)^2}{l_i^2 D^*(\hat{\mu}_i) + D^*(\hat{\mu}_1) k_i^2 l_i^2 / k_1^2} \right] \quad (56)$$

$$\chi^2_{\mu m} = \frac{1}{C_{\mu}} \left[(m-1) \ln S_{Tm}^2 - \sum_{i=1}^{m-1} \ln \frac{(\hat{\mu}_i - \hat{\mu}_m k_i / k_m)^2}{l_i^2 D^*(\hat{\mu}_i) + D^*(\hat{\mu}_m) k_i^2 l_m^2 / k_m^2} \right] \quad (57)$$

式中

$$S_{T1}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m \frac{(\hat{\mu}_i - \hat{\mu}_1 k_i / k_1)^2}{l_i^2 D^*(\hat{\mu}_i) + D^*(\hat{\mu}_1) k_i^2 l_i^2 / k_1^2} \quad (58)$$

$$S_{Tm}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \frac{(\hat{\mu}_i - \hat{\mu}_m k_i / k_m)^2}{l_i^2 D^*(\hat{\mu}_i) + D^*(\hat{\mu}_m) k_i^2 l_m^2 / k_m^2} \quad (59)$$

$$D^*(\hat{\mu}_i) = \frac{D(\hat{\mu}_i)}{\hat{\sigma}_i^2} = A_{q_i, n_i} \quad (60)$$

$$C_{\mu} = 1 + \frac{m}{7(m-1)} \quad (61)$$

其中 k_1 和 k_m 分别为 k_i ($i = 1, 2, \dots, m$)中的最小值和最大值。 A_{q_i, n_i} 为第 i 个状态下位置参数 μ_i 最佳线性无偏估计量 $\hat{\mu}_i$ 的方差系数。同样可由可靠性试验用表^[3]查得,也可通过专门程序计算得到。

因此,对于给定的显著性水平 α ,假设 $H_0: k_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$)满足式(2)的拒绝域为:

$$\max \left\{ \chi^2_{\mu 1}, \chi^2_{\mu m} \right\} \geq \chi^2_{\alpha}(m-2) \quad (62)$$

如果式(62)成立,则可以断定 k_i ($i = 1, 2, \dots, m$)不满足式(2),即仿真或数字化设计不正确。

当 $q_i < n_i/2$ 时,对于正态分布或 q_i 稍大的情

况,也可用式(55)和(62)对 l_i 和 k_i 是否满足式(3)和(2)进行检验。

3 各状态只有一个失效数据的情况

3.1 整体推断

当各个状态下只有一个失效数据,整体分布参数 μ 和 σ^2 的无偏估计量可由下面两式计算:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{w_i} \left(X_{i1} - k_i \bar{X} \right)^2 \tag{63}$$

$$\hat{\mu} = \bar{X} - \frac{\hat{\sigma}}{\bar{u}} \tag{64}$$

式中

$$\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m k_i X_{i1} / (l_i^2 v_{i11}) \tag{65}$$

$$w_i^2 = (l_i u_{i1} - k_i \bar{u})^2 + l_i^2 v_{i11} - \frac{k_i^2}{m}, \tag{66}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m k_i u_{i1} / (l_i v_{i11}) \tag{67}$$

$$m' = \sum_{i=1}^m k_i^2 / (l_i^2 v_{i11}) \tag{68}$$

各状态下位置参数 μ_i 和尺度参数 σ_i ($i=1, 2, \cdots, m$) 的估计量仍由式(21)和(22)给出。

3.2 位置参数和尺度参数的检验

对于给定的显著性水平 α ,若第 i 个状态下的失效数据 X_{i1} 满足下式:

$$X_{i1} \geq \mu_i' + \sigma_i' F^{-1} \left[1 - \left(\frac{\alpha}{2} \right)^{1/n_i} \right] \tag{69}$$

或

$$X_{i1} \leq \mu_i' + \sigma_i' F^{-1} \left[1 - \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)^{1/n_i} \right] \tag{70}$$

则可以断定第 i 个状态下位置参数 μ_i 和尺度参数 σ_i 的仿真结果 μ_i' 和 σ_i' ($i=1, 2, \cdots, m$) 不正确,否则不能拒绝式(2)和(3)。

4 结 论

(1) 本文方法首先采用仿真或数字化设计得到的各状态下的位置参数和尺度参数,求得位置系数(各状态位置参数与某一状态位置参数之比)和尺度系数(各状态尺度参数与某一状态尺度参数之比),然后通过位置系数和尺度系数将各个不同状态下的试验数据转换到某一状态下进行统计分析,得到该状态下的位置参数和尺度参数估计量,再反过来给出各个不同状态下的经过试验数据修正的位置参数和尺度参数估计量。

(2) 建立了正态分布、对数正态分布、极值分

布、Weibull 分布等位置-尺度分布族的参数和百分位值的点估计和置信区间估计公式。

(3) 提出一种能够利用截尾试验数据对仿真、数字化设计等方法得到的位置系数 k_i 和尺度系数 l_i ($i=1, 2, \cdots, m$) 进行小子样检验的方法。

(4) 若将本文公式中截尾数据顺序统计量的均值、方差和协方差换成不完全数据顺序统计量的均值、方差和协方差^[7],则本文方法也适用于不完全数据。

(5) 本文方法能够利用截尾数据或不完全数据进行极小子样可靠性评定。大量 Monte Carlo 模拟和工程应用表明,在试样数相同的情况下,本文方法比传统方法具有更高的精度,而在精度相同的情况下,则可以节省大量试样。

参考文献

[1] 傅惠民 极小子样可靠性评定方法[J]. 机械强度, 2005, 27(3): 335- 338
FU HuM in Method for reliability assessment with very small sample[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2005, 27(3): 335~ 338

[2] 茆诗松,王静龙,濮晓龙 高等数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社,海德堡: 施普林格出版社,1998
MAO Shisong, WANG Jinglong, PU Xiaolong Advanced Mathematical Statistics [M]. Beijing: Higher Education Press, Heidelberg: Springer- Verlag, 1998

[3] 中国电子技术标准化研究所 可靠性试验用表[M]. 北京: 国防工业出版社,1987
The Chinese research institute for electron technology . Handbook of table for reliability test[M]. Beijing: National defense industry press, 1987.

[4] 傅惠民,黄伟 最佳线性无偏整体估计方法[J]. 机械强度, 2003, 25(3): 319~ 324
FU HuM in, HUANG Wei Best linear unbiased integral estimate method [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2003, 25(3): 319~ 324

[5] 傅惠民,王华胜 不完全数据整体估计方法[J]. 航空动力学报, 2004, 19(6): 741~ 744
FU HuM in, WANG HuaSheng Integral estimate method for incomplete data[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19(6): 741~ 744

[6] 傅惠民 异方差分析方法[J]. 机械强度, 2005, 27(2): 196~ 201
FU HuM in Method for heteroscedastic analysis[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2005, 27(2): 196~ 201.

[7] 傅惠民,王华胜 不完全数据最佳线性无偏估计方法[J]. 航空动力学报, 2004, 19(2): 169~ 173
FU HuM in, WANG Hua-sheng Best linear unbiased estimate method for incomplete data[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19(2): 169~ 173